

Achromatické číslo karteziánskeho súčinu dvoch kompletých grafov*

Bakalárska práca

pre študijný program Matematika
alebo Ekonomická a finančná matematika
v akademickom roku 2020/21

vedúci práce Mirko Horňák

***bez možnosti pokračovania** v diplomovej práci
požiadavka: zbehosť v nejakom programovacom jazyku

$s, t \in \mathbb{Z}^+ \mapsto$ celočíselný interval $[s, t] := \{z \in \mathbb{Z} : s \leq z \leq t\}$

$s, t \in \mathbb{Z}^+ \mapsto$ celočíselný interval $[s, t] := \{z \in \mathbb{Z} : s \leq z \leq t\}$

línia matice M ... riadok alebo stĺpec matice M

$(M)_{i,j}$... prvok matice M v riadku i a stĺpci j

$s, t \in \mathbb{Z}^+ \mapsto$ celočíselný interval $[s, t] := \{z \in \mathbb{Z} : s \leq z \leq t\}$

línia matice M ... riadok alebo stĺpec matice M

$(M)_{i,j}$... prvok matice M v riadku i a stĺpci j

$p, q, r \in \mathbb{Z}^+ \mapsto \mathcal{M}(p, q, r)$... množina matíc M typu $p \times q$

(p riadkov, q stĺpcov) s prvkami z $[1, r]$, ktoré majú vlastnosti:

$s, t \in \mathbb{Z}^+ \mapsto$ celočíselný interval $[s, t] := \{z \in \mathbb{Z} : s \leq z \leq t\}$

línia matice M ... riadok alebo stĺpec matice M

$(M)_{i,j}$... prvok matice M v riadku i a stĺpci j

$p, q, r \in \mathbb{Z}^+ \mapsto \mathcal{M}(p, q, r)$... množina matíc M typu $p \times q$

(p riadkov, q stĺpcov) s prvkami z $[1, r]$, ktoré majú vlastnosti:

- prvky v línách M sú po dvojiciach rôzne

$s, t \in \mathbb{Z}^+ \mapsto$ celočíselný interval $[s, t] := \{z \in \mathbb{Z} : s \leq z \leq t\}$

línia matice M ... riadok alebo stĺpec matice M

$(M)_{i,j}$... prvok matice M v riadku i a stĺpci j

$p, q, r \in \mathbb{Z}^+ \mapsto \mathcal{M}(p, q, r)$... množina matíc M typu $p \times q$
(p riadkov, q stĺpcov) s prvkami z $[1, r]$, ktoré majú vlastnosti:

- prvky v línkách M sú po dvojiciach rôzne
- pre každé $k, l \in [1, r]$, $k \neq l$, existuje v M línka obsahujúca k, l

$s, t \in \mathbb{Z}^+ \mapsto$ celočíselný interval $[s, t] := \{z \in \mathbb{Z} : s \leq z \leq t\}$

línia matice M ... riadok alebo stĺpec matice M

$(M)_{i,j}$... prvok matice M v riadku i a stĺpci j

$p, q, r \in \mathbb{Z}^+ \mapsto \mathcal{M}(p, q, r)$... množina matíc M typu $p \times q$
(p riadkov, q stĺpcov) s prvkami z $[1, r]$, ktoré majú vlastnosti:

- prvky v línkách M sú po dvojiciach rôzne
- pre každé $k, l \in [1, r]$, $k \neq l$, existuje v M línka obsahujúca k, l

$s, t \in \mathbb{Z}^+ \mapsto$ celočíselný interval $[s, t] := \{z \in \mathbb{Z} : s \leq z \leq t\}$

línia matice M ... riadok alebo stĺpec matice M

$(M)_{i,j}$... prvok matice M v riadku i a stĺpci j

$p, q, r \in \mathbb{Z}^+ \mapsto \mathcal{M}(p, q, r)$... množina matíc M typu $p \times q$
(p riadkov, q stĺpcov) s prvkami z $[1, r]$, ktoré majú vlastnosti:

- prvky v líniiach M sú po dvojiciach rôzne
- pre každé $k, l \in [1, r]$, $k \neq l$, existuje v M línia obsahujúca k, l

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}(3, 3, 5) \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}(3, 6, 9)$$

$s, t \in \mathbb{Z}^+ \mapsto$ **celočíselný interval** $[s, t] := \{z \in \mathbb{Z} : s \leq z \leq t\}$

línia matice M ... riadok alebo stĺpec matice M

$(M)_{i,j}$... prvok matice M v riadku i a stĺpci j

$p, q, r \in \mathbb{Z}^+ \mapsto \mathcal{M}(p, q, r)$... množina matíc M typu $p \times q$
(p riadkov, q stĺpcov) s prvkami z $[1, r]$, ktoré majú vlastnosti:

- prvky v líniiach M sú po dvojiciach rôzne
- pre každé $k, l \in [1, r]$, $k \neq l$, existuje v M línia obsahujúca k, l

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}(3, 3, 5) \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}(3, 6, 9)$$

Tvrdenie

Achromatické číslo karteziánskeho súčinu kompletých grafov K_p a K_q je rovné $\max(r \in \mathbb{Z}^+ : \mathcal{M}(p, q, r) \neq \emptyset)$.

lexikografické usporiadanie ... (i, j) predchádza (k, l) :

$$(i, j) \prec (k, l) \stackrel{\text{df.}}{\Leftrightarrow} (i < k \vee (i = k \wedge j < l))$$

lexikografické usporiadanie ... (i, j) predchádza (k, l) :

$$(i, j) \prec (k, l) \stackrel{\text{df.}}{\Leftrightarrow} (i < k \vee (i = k \wedge j < l))$$

heuristický prístup k hľadaniu prvkov matice M , pre ktorú
(potenciálne) $M \in \mathcal{M}(p, q, r)$: $(M)_{i,j}$ sa vyberá náhodne

lexikografické usporiadanie ... (i, j) predchádza (k, l) :

$$(i, j) \prec (k, l) \stackrel{\text{df.}}{\Leftrightarrow} (i < k \vee (i = k \wedge j < l))$$

heuristický prístup k hľadaniu prvkov matice M , pre ktorú (potenciálne) $M \in \mathcal{M}(p, q, r)$: $(M)_{i,j}$ sa vyberá náhodne

$(i, j) \prec (k, l) \Rightarrow$ výber $(M)_{i,j}$ predchádza výberu $(M)_{k,l}$

lexikografické usporiadanie ... (i, j) predchádza (k, l) :

$$(i, j) \prec (k, l) \stackrel{\text{df.}}{\Leftrightarrow} (i < k \vee (i = k \wedge j < l))$$

heuristický prístup k hľadaniu prvkov matice M , pre ktorú (potenciálne) $M \in \mathcal{M}(p, q, r)$: $(M)_{i,j}$ sa vyberá náhodne

$(i, j) \prec (k, l) \Rightarrow$ výber $(M)_{i,j}$ predchádza výberu $(M)_{k,l}$

- $(M)_{k,l} \neq (M)_{i,l}$ pre každé $i \in [1, k - 1]$

lexikografické usporiadanie ... (i, j) predchádza (k, l) :

$$(i, j) \prec (k, l) \stackrel{\text{df.}}{\Leftrightarrow} (i < k \vee (i = k \wedge j < l))$$

heuristický prístup k hľadaniu prvkov matice M , pre ktorú (potenciálne) $M \in \mathcal{M}(p, q, r)$: $(M)_{i,j}$ sa vyberá náhodne

$(i, j) \prec (k, l) \Rightarrow$ výber $(M)_{i,j}$ predchádza výberu $(M)_{k,l}$

- $(M)_{k,l} \neq (M)_{i,l}$ pre každé $i \in [1, k - 1]$
- $(M)_{k,l} \neq (M)_{k,j}$ pre každé $j \in [1, l - 1]$

lexikografické usporiadanie ... (i, j) predchádza (k, l) :

$$(i, j) \prec (k, l) \stackrel{\text{df.}}{\Leftrightarrow} (i < k \vee (i = k \wedge j < l))$$

heuristický prístup k hľadaniu prvkov matice M , pre ktorú (potenciálne) $M \in \mathcal{M}(p, q, r)$: $(M)_{i,j}$ sa vyberá náhodne

$(i, j) \prec (k, l) \Rightarrow$ výber $(M)_{i,j}$ predchádza výberu $(M)_{k,l}$

- $(M)_{k,l} \neq (M)_{i,l}$ pre každé $i \in [1, k - 1]$
- $(M)_{k,l} \neq (M)_{k,j}$ pre každé $j \in [1, l - 1]$

lexikografické usporiadanie ... (i, j) predchádza (k, l) :

$$(i, j) \prec (k, l) \stackrel{\text{df.}}{\Leftrightarrow} (i < k \vee (i = k \wedge j < l))$$

heuristický prístup k hľadaniu prvkov matice M , pre ktorú (potenciálne) $M \in \mathcal{M}(p, q, r)$: $(M)_{i,j}$ sa vyberá náhodne

$(i, j) \prec (k, l) \Rightarrow$ výber $(M)_{i,j}$ predchádza výberu $(M)_{k,l}$

- $(M)_{k,l} \neq (M)_{i,l}$ pre každé $i \in [1, k - 1]$
- $(M)_{k,l} \neq (M)_{k,j}$ pre každé $j \in [1, l - 1]$

Cieľ práce

Vytvoriť program, ktorý bude nápomocný pri odhadovaní achromatického čísla karteziánskeho súčinu kompletých grafov K_p a K_q pomocou heuristického hľadania matice z $\mathcal{M}(p, q, r)$, $p, q, r \in \mathbb{Z}^+$.